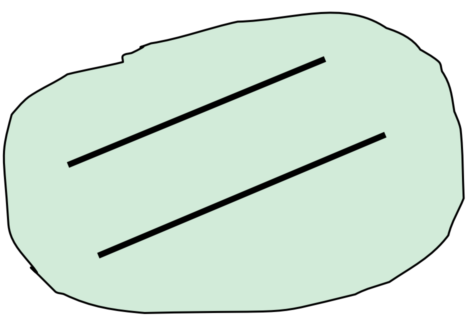
Параллельные прямые в пространстве

Мозер О. С. КГОУ НПО «Профессиональное училище №44»

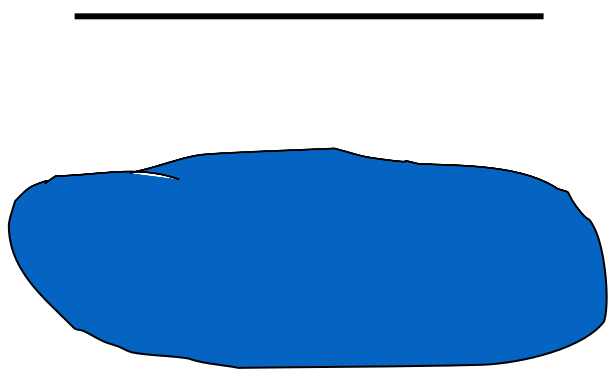
Параллельность в пространстве

Параллельность прямых



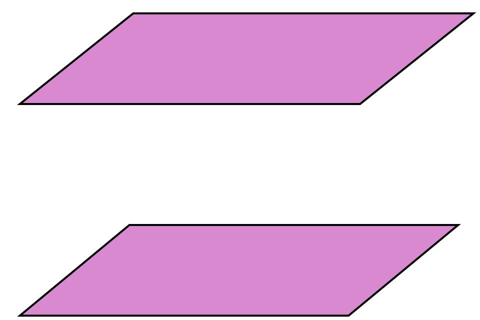
Прямые не пересекаются и лежат в одной плоскости

Параллельность прямой и плоскости



Прямая и плоскость не имеют общих точек

Параллельность плоскостей

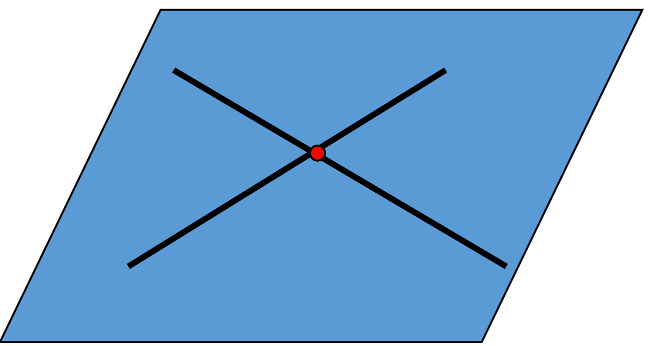


Плоскости не имеют общих точек

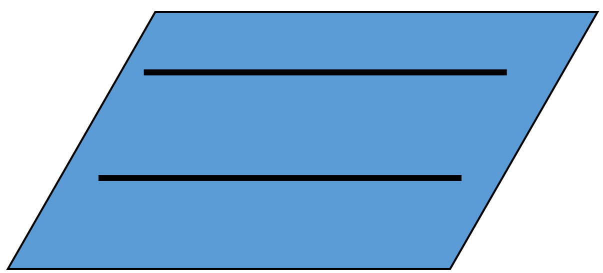
прямые в пространстве

Имеют общие точки

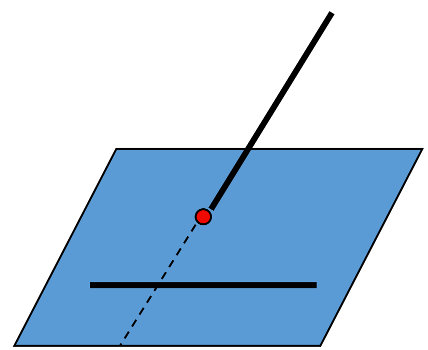
Не имеют общих точек



пересекаются



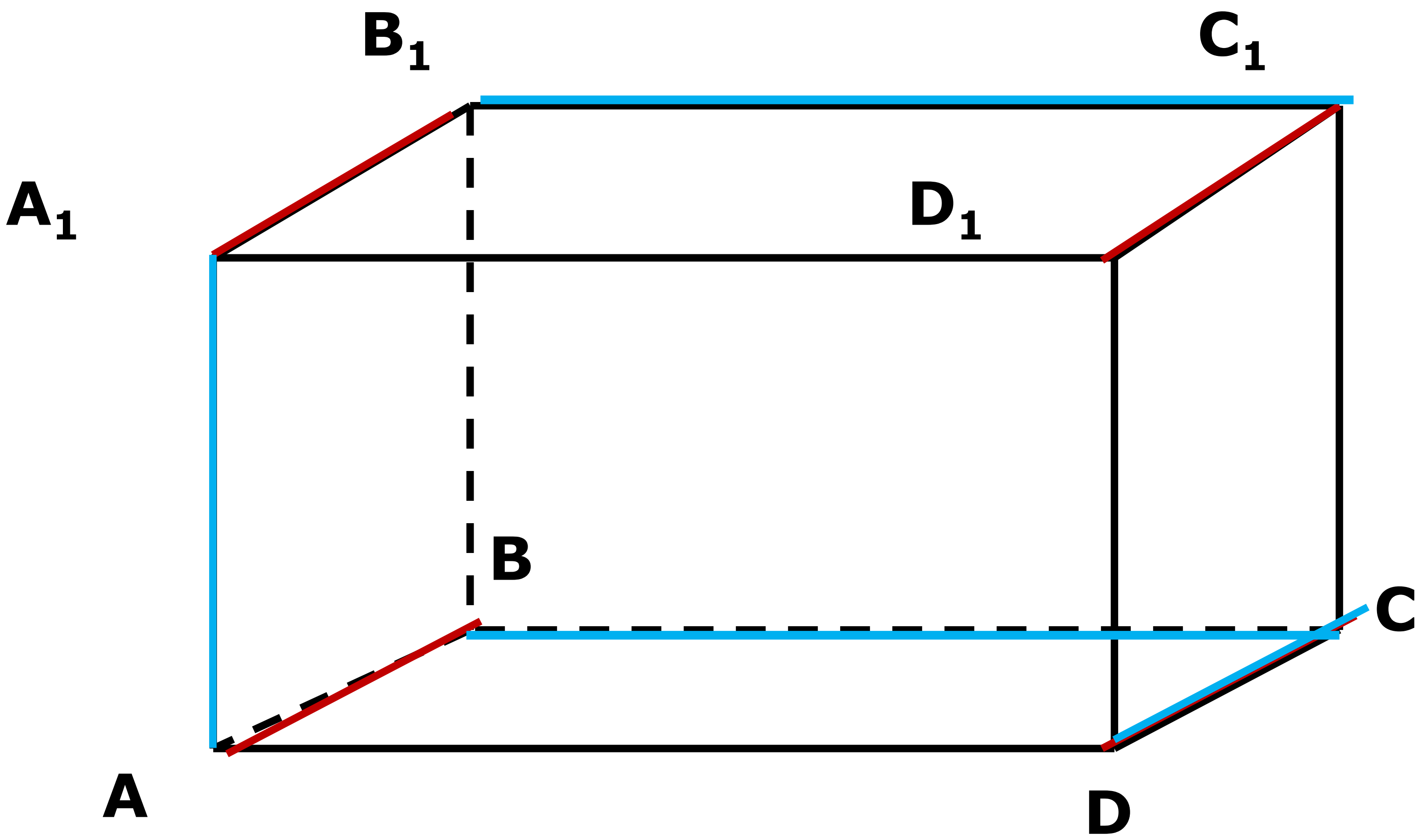
параллельны



скрещиваются

Определение: Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются

Определение: Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости



Параллельные прямые в пространстве

<u>**Теорема:**</u> ***Через точку вне данной прямой можно провести прямую, параллельную этой прямой и притом только одну.***

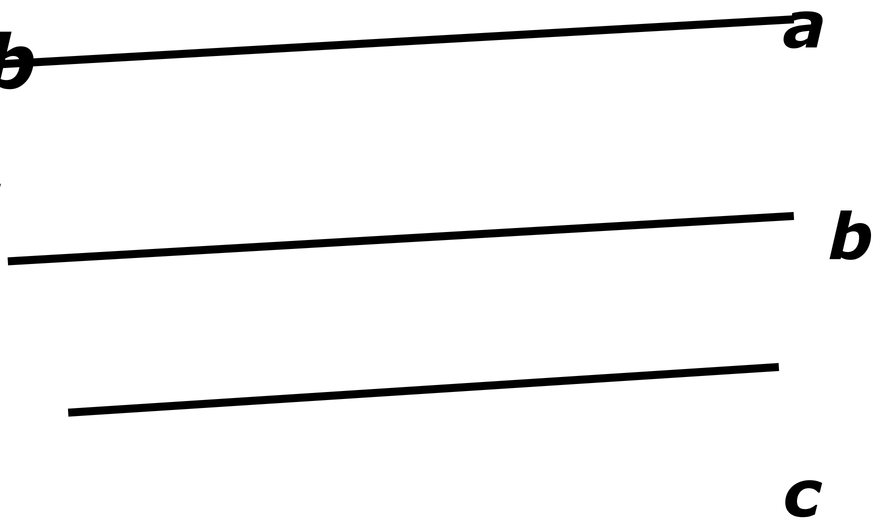
Признак параллельности прямых в пространстве.

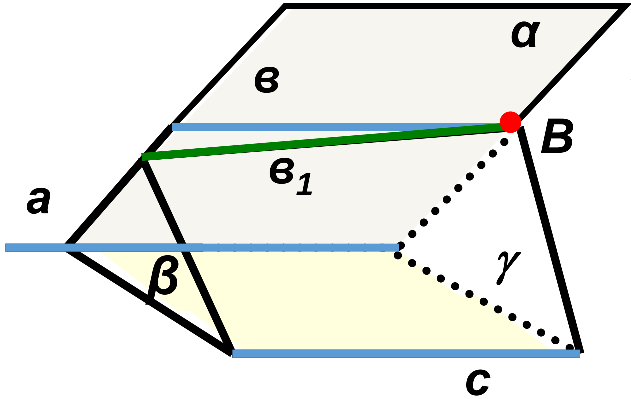
Теорема 16.2

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они тоже параллельны

Дано: $a \| b$; $c \| b$

Доказать : $a \| c$





Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны

Доказательство:

1 случай. $a, в, c \in \alpha$ **рассмотрен в планиметрии**

2 случай. $a, в \in \alpha$; $a, c \in \beta$

1. Возьмем т.В, В $\in в$

Через т.В и c **проведем плоскость** γ $\gamma \cap \alpha = в_1$

2. **Если** $в_1 \cap \beta = X, \Rightarrow \underline{X \in a}, в_1 \in \alpha,$

но $\underline{X \in c}$**, т.к.** $в_1 \in \gamma$, **а т.к.** $a \,||\, c \Rightarrow в_1 \cancel{\cap} \beta$

3. $в_1 \in \alpha, в_1 \cancel{\cap} a \Rightarrow в_1 \,||\, a \Rightarrow в_1 = в$ (*А* **параллельных прямых**)

4. $\Rightarrow в \,||\, c$ **Теорема доказана.**

Задание 1 Вставьте пропущенные слова

1) Единственную плоскость можно задать через три точки, при этом они ______________ на одной прямой.
2) Если ____ точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит плоскости.
3) Две различные плоскости могут иметь только одну общую ________________
4) Прямые являются _________________ в пространстве, если они не пересекаются и ______ в одной плоскости.
5) Если прямая a лежит в плоскости α, прямая b не лежит в плоскости α, но пересекает ее в точке B $\notin$ α, то прямые a и b_________________

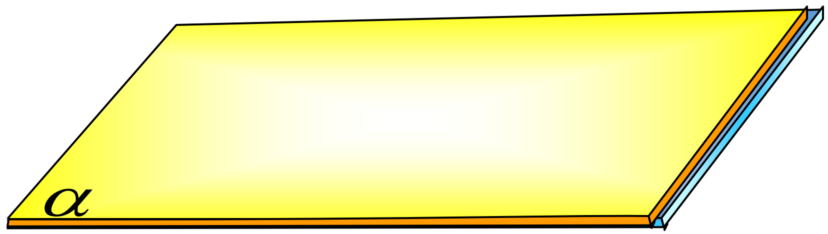
Задание 2 **Определите: верно, ли утверждение?**

1. Если прямая проходит через вершину треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.	
2. Если прямые не пересекаются, то они параллельны.	
3. Прямая m параллельна прямой n, прямая m параллельна плоскости α. Прямая n параллельна плоскости α.	
4. Все прямые пересекающие стороны треугольника лежат в одной плоскости.	
5. Прямая AB и точки C, D не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые AB и CD пересекаться?	

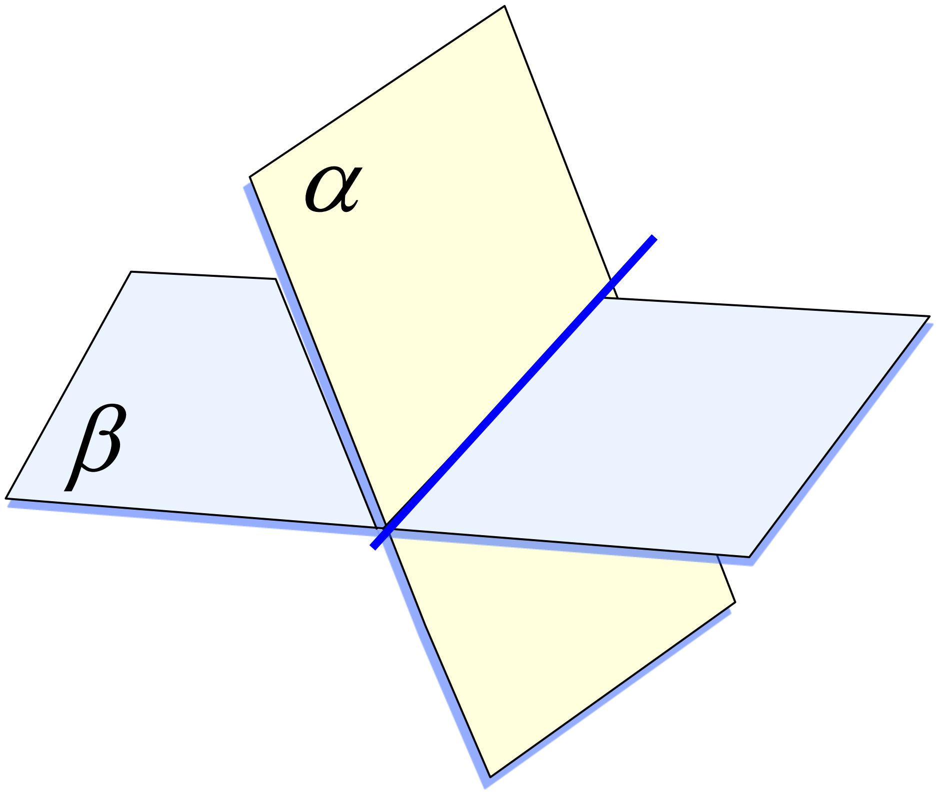
Задание 2 **Определите: верно, ли утверждение?**

6. Прямые AB и CD пересекаются. Могут ли прямые AC и BD быть скрещивающимися?	
7. Прямые *а* и *в* не лежат в одной плоскости. Можно ли провести прямую *с*, параллельную прямым *а* и *в*?	
8. Прямая *а*, параллельная прямой *в*, пересекает плоскость α. Прямая *с* параллельна прямой *в*. Может ли прямая *с* лежать в плоскости α?	
9. Прямая а параллельна плоскости α. Существует ли на плоскости α прямые, непараллельные а?	

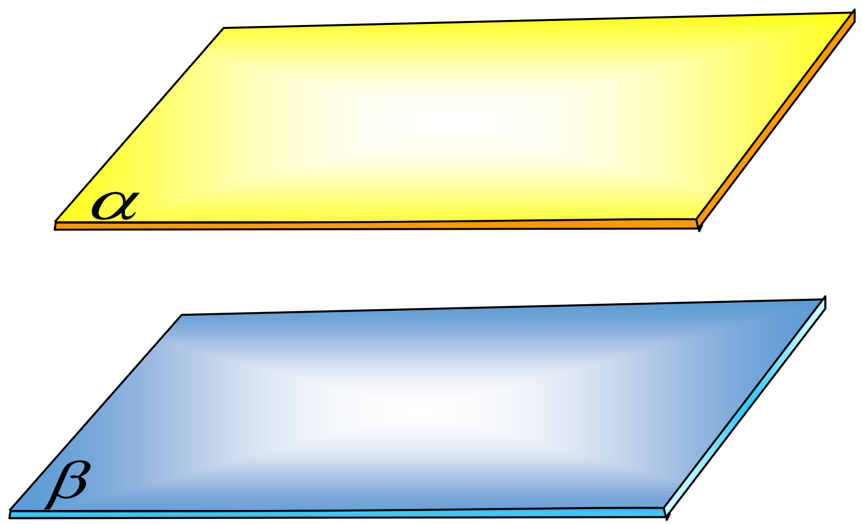
Расположение плоскостей в пространстве.



α ***и*** **β** ***совпадают***



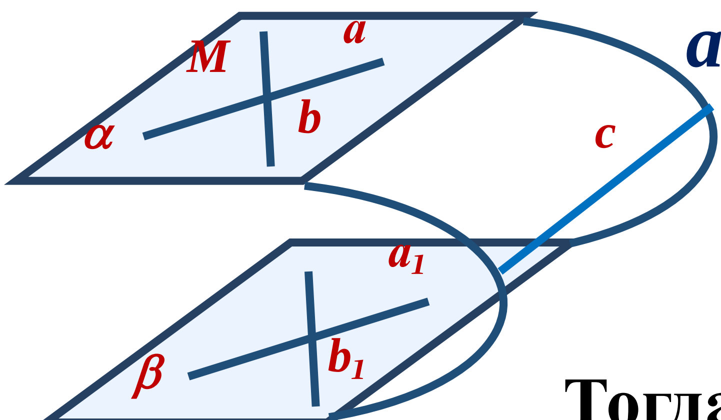
α ∩ β



α || β

Признак параллельности двух плоскостей.

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.



Дано: $a \cap b = M$, $a \in \alpha$, $b \in \alpha$.

$a_1 \cap b_1$, $a_1 \in \beta$, $b_1 \in \beta$. $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$.

Доказать: $\alpha \parallel \beta$

Доказательство:

1. Пусть $\alpha \cap \beta = c$.

Тогда $a \parallel \beta$, $a \subset \alpha$, $\alpha \cap \beta = c$, значит $a \parallel c$.

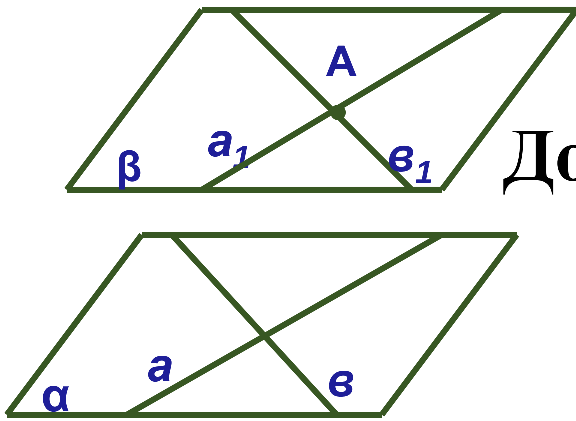
2. $b \parallel \beta$, $b \subset \alpha$, $\alpha \cap \beta = c$, значит $b \parallel c$.

3. Имеем, что через точку M проходят две прямые a и b, параллельные прямой c, чего быть на может.

Значит $\alpha \parallel \beta$.

Теорема

Через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, причём единственную.



Дано: плоскость α, точка A вне плоскости α.

Доказать: существует плоскость β‖α, проходящая через точку A

Доказательство.

1. В плоскости α проведём прямые *a*∩*в*.

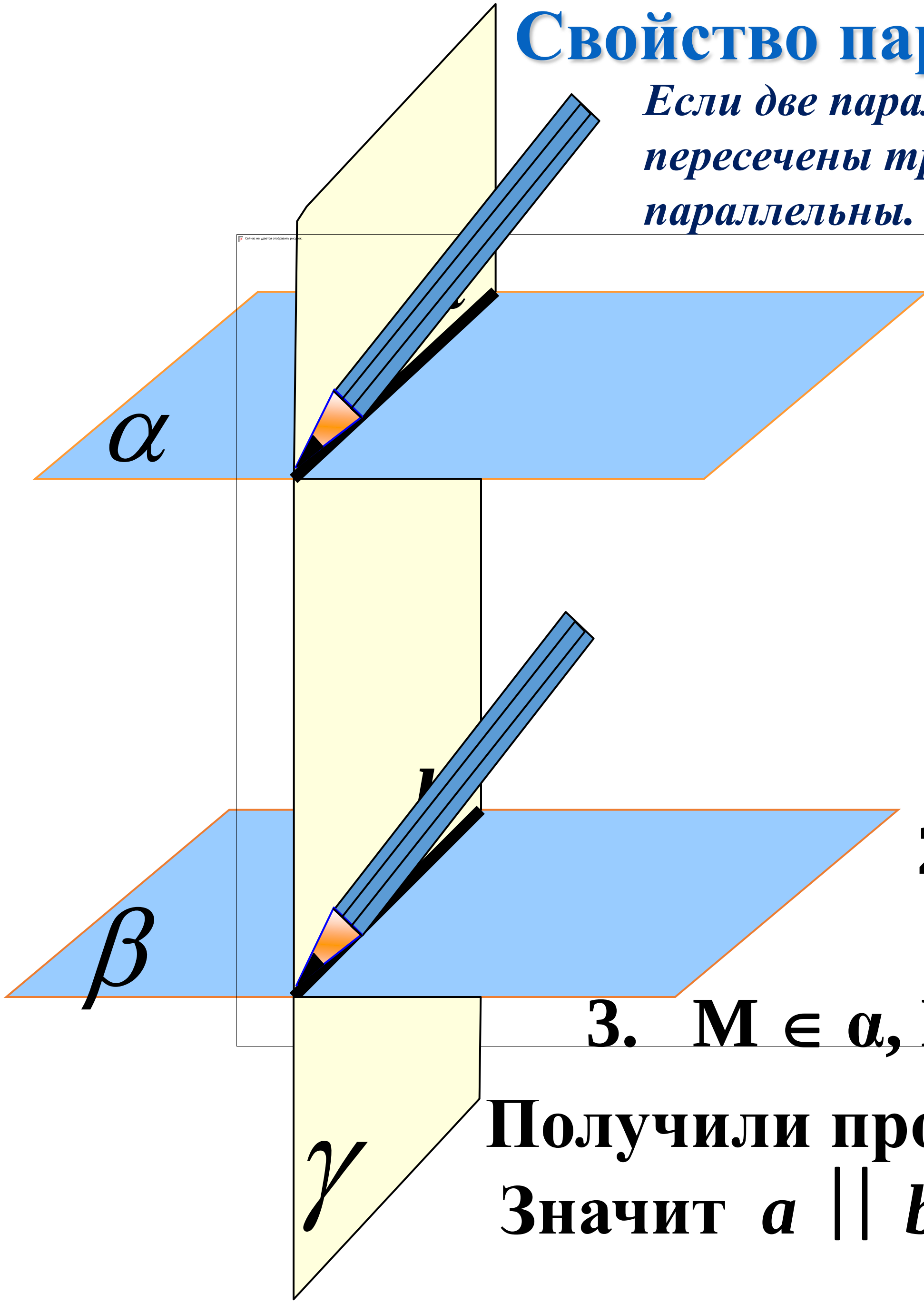
Через точку A проведём $a_1 \parallel a$ и $в_1 \parallel в$.

По признаку параллельности плоскостей прямые a_1 и $в_1$ задают плоскость β‖α.

Существование плоскости β доказано.

Свойство параллельных плоскостей.

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.



Дано:

$\alpha \parallel \beta$, $\alpha \cap \gamma = a$

$\beta \cap \gamma = b$

Доказать: $a \parallel b$

Доказательство:

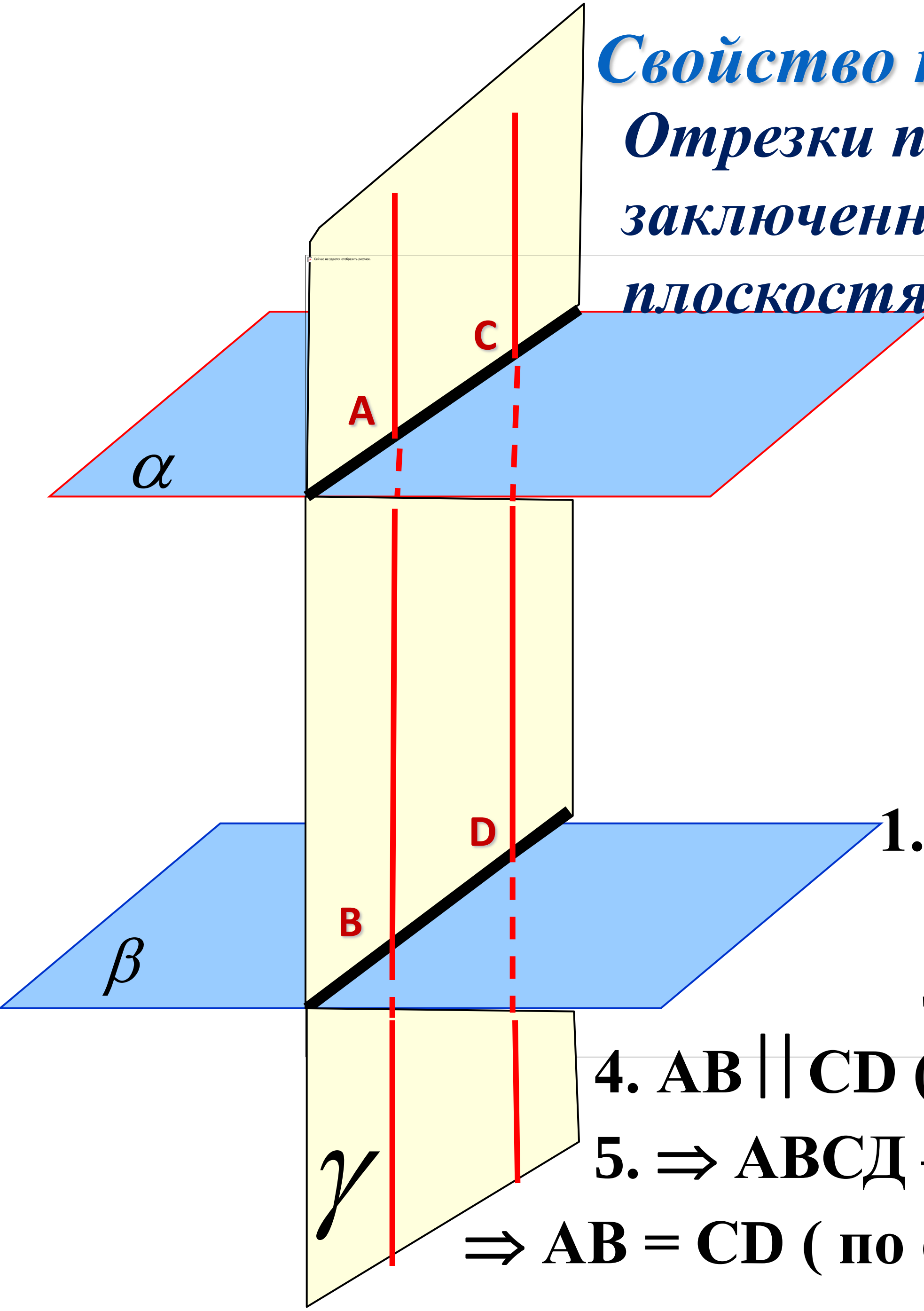
1. $a \subset \gamma$, $b \subset \gamma$
2. Пусть $a \nparallel b$, тогда $a \cap b = M$
3. $M \in \alpha$, $M \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = c$ (A_2)

Получили противоречие с условием.

Значит $a \parallel b$ **ч. т.д.**

Свойство параллельных плоскостей.

Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.



Дано:

$\alpha \parallel \beta$, $AB \parallel CD$

$AB \cap \alpha = A$, $AB \cap \beta = B$,

$CD \cap \alpha = C$, $CD \cap \beta = D$

Доказать: $AB = CD$

Доказательство:

1. Через $AB \parallel CD$ проведем γ

2. $\alpha \parallel \beta$, $\alpha \cap \gamma = a$, $\beta \cap \gamma = b$

3. $\Rightarrow AC \parallel BD$,

4. $AB \parallel CD$ (как отрезки парал. прямых)

5. $\Rightarrow$ АВСД – параллелограмм (по опр.)

$\Rightarrow AB = CD$ (по свойству параллелограмма)

Определите: верно, ли утверждение?

1. если плоскости не пересекаются, то они параллельны.

2. плоскости параллельны, если прямая лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?

3. если две прямые, лежащие в одной плоскости, параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны?

4. если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных плоскостей, то она перпендикулярна и другой плоскости.

5. прямые, по которым две параллельные плоскости пересечены третьей плоскостью, параллельны.

6. Если прямая пересекает одну из двух плоскостей, то она пересекает и другую.

7. Две плоскости, параллельные третьей, параллельны.

8. Отрезки прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны.